

『すべての人の微分積分学（1刷，2刷）』正誤表

1刷をお持ちの方へ

p.12 例題 1.3 の 2 行上. 等号「=」の次に $\lim_{n \rightarrow \infty}$ を挿入.

p.14 問題 1.3(4)(5). 問題文の末尾に「 $(a \geq 0)$ 」を追加.

p.45 3.2 解答 (5). 「3 次」 $\rightarrow$ 「3 次以下」

p.45 3.3 解答 2 行目. $\frac{f(n)}{n^k}, \frac{g(n)}{n^l} \rightarrow \frac{|f(n)|}{n^k}, \frac{|g(n)|}{n^l}$

p.45 同 5 行目. $\frac{f(x)+g(x)}{n^k} = \frac{f(n)}{n^k} + \frac{g(n)}{n^l} \times \dots \rightarrow \frac{|f(n)+g(n)|}{n^k} \leq \frac{|f(n)|}{n^k} + \frac{|g(n)|}{n^l} \times \dots$

p.45 同 7 行目. $\frac{f(x)+g(x)}{n^k} \rightarrow \frac{|f(n)+g(n)|}{n^k}$

p.45 3.3(2) の解答「正しい」 $\rightarrow$ 「正しくない」

p.45 下から 4 行目. $\frac{f(n)}{n^k} \rightarrow \frac{|f(n)|}{n^k}$

p.45 最下行 $\frac{f(x)n^l}{n^{k+l}} = \frac{f(n)}{n^k} \leq C, \rightarrow \frac{|f(n)n^l|}{n^{k+l}} = \frac{|f(n)|}{n^k} \leq C,$

p.45 最下行 $\frac{f(x)}{n^l \cdot n^{k-l}} = \frac{f(n)}{n^k} \leq C \rightarrow \frac{|f(n)|}{n^l \cdot n^{k-l}} = \frac{|f(n)|}{n^k} \leq C$

p.46 1 行目 $l \frac{f(n)}{n^l} \rightarrow \frac{f(n)}{n^l}$

p.60 最下行. $\int_{-1}^1 x^2 dx + \int_1^3 x^2 dx = \int_1^3 x^2 dx \rightarrow \int_{-1}^1 x^3 dx + \int_1^3 x^3 dx = \int_1^3 x^3 dx$

p.108 2 行目. $f_1(x+1) \rightarrow f_1(x+\frac{1}{3})$

以上の修正のほか，次頁以降の修正もご適用下さい.

2刷をお持ちの方は、以下をご訂正ください

本文の訂正

p.21 最下行. 最後の項. $+n \rightarrow -n$

p.22 1行目. 最後の項. $+1 \rightarrow -1$

p.22 $- - 6 \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 4 \frac{n(n+1)}{2} + n \rightarrow -6 \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 4 \frac{n(n+1)}{2} - n$

p.26 等号の前に, 閉じカッコ「)」をもう一つ挿入.

p.35 下から3行目. 「表れて」 $\rightarrow$ 「現れて」

p.49 定理4.1の囲みの右下隅に「(p.344を参照)」を挿入. p.344の最上部に
「●p.49の注(改行)定理4.1で用いた記号 $O(x^2)$ は「 x の2次以下の式」という意味であり, 正確な定義は第7章で与えられる。」を入れる.

p.239 最下部の3行. カッコ内の x を y に訂正(3か所)

p.291 下から8行目. 「対し」 $\rightarrow$ 「に対し」

p.296 定理23.4 証明の2行目. $R \rightarrow \left| \frac{c_{n-1}}{c_n} \right|$

p.304 2行目. 「微分可能」 $\rightarrow$ 「 n 回微分可能」

演習問題・解答の訂正

p.30 2.4 の解答 2 行目 「 $(1^5 - 0^5)_+$ 」を削除し、後半の 0^5 を 1^5 に変更.

p.45 3.3, 3.4 の $f(x), g(x)$ をすべて $f(n), g(n)$ に変更. (計 6 か所)

p.57 最下行. $\int_{-a}^a f(x) = 2 \int_0^a f(x)x \rightarrow \int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$

p.58 3 行目. $\int_{-a}^a f(x) = 0 \rightarrow \int_{-a}^a f(x)dx = 0$

p.60 8 行目. $\int_{-a}^0 f(x) = \int_0^a f(x) \rightarrow \int_{-a}^0 f(x)dx = \int_0^a f(x)dx$

p.60 10 行目. $2 \int_0^a f(x) \rightarrow 2 \int_0^a f(x)dx$

p.60 下から 8 行目. $\int_{-a}^0 f(x) = -\int_0^a f(x) \rightarrow \int_{-a}^0 f(x)dx = -\int_0^a f(x)dx$

p.68 5.2. 「不定積分」 $\rightarrow$ 「定積分」

p.170 1 行目 「 $x \geq 0$ 」 $\rightarrow$ 「 $x > 0$ 」

p.171 (4) の増減表から $-\sqrt[3]{2} \leq x < -1$ の部分を削除. $x = -1$ のときの中
段の 0 を $-$ に変更

p.184 (3) の表. $x = 0$ での f'' の符号: 「0」 $\rightarrow$ 「 $-$ 」

p.185 (5) の 3 行目. 「漸近線は $x = \pm 1$.」 $\rightarrow$ 「 $x = \pm 1$ は漸近線. また
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$ より $y = 1$ も漸近線」

p.185 (5) の表. $x \rightarrow \infty$ での f の値: 「0」 $\rightarrow$ 「1」

p.185 (6) の 3 行目. 「漸近線: なし.」を削除 ($y = \pm x$ が漸近線だが, 解法
は本書の範囲外なので本ファイル末尾に「発展学習」として解説)

p.188 (5) のグラフ. 漸近線 $y = 1$ と, その y 切片の「1」を加筆

p.191 15.5(3) y'' の式の末尾の指数: 「 $\frac{3}{2}$ 」 $\rightarrow$ 「3」

p.209 16.7(5) 第 2 項 「 e^{4x} 」 $\rightarrow$ 「 e^{2x} 」

p.209 16.8(2) 「漸近線なし」 $\rightarrow$ 「漸近線は x 軸」

p.210 16.8(4) 増減表の右端の y' と y'' . 「 ∞ 」 $\rightarrow$ 「0」

- p.210 下から1行目. $y = x^2$ の後に 「 $(x > 0)$ 」 を追加.
- p.211 (9) の3行目. 「漸近線：なし.」 を削除 ($y = x$ が漸近線だが, 解法は本書の範囲外なので本ファイル末尾に「発展学習」として解説)
- p.231 17.5 (5) 2行目. $\int \frac{1}{2} \cdots \rightarrow -\int \frac{1}{2} \cdots$
- p.233 17.5 (5) $\frac{1}{10} \sin 5x - \frac{1}{2} \sin x + C \rightarrow -\frac{1}{10} \sin 5x + \frac{1}{2} \sin x + C$
- p.234 17.7 (5) $\frac{\pi}{4} + \frac{\log 2}{2} \rightarrow \frac{\pi}{4} - \frac{\log 2}{2}$
- p.245 18.5(4) の1行目. 「 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 」 $\rightarrow$ 「実数全体」
- p.246 1行目. 「極小値は原点」 $\rightarrow$ 「極小値は $f(0) = 0$ 」
- p.246 6行目. 「極値は原点」 $\rightarrow$ 「極小値は $f(0) = 0$ 」
- p.246 下から3行目. 「 $\sin^{-1} x$ 」 $\rightarrow$ 「 $-\sin^{-1} x$ 」
- p.246 下から2行目. 「 $\cos^{-1}(-x) + 3\pi$ 」 $\rightarrow$ 「 $\cos^{-1} x + 3\pi$ 」
- p.246 下から2行目. 「 $4\pi - \cos^{-1} x$ 」 $\rightarrow$ 「 $4\pi - \cos^{-1}(-x)$ 」
- p.255 4行目. $\frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+1} \rightarrow \int \left(\frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+1} \right) dx$
- p.256 2行目. (9) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{2(x+1)} \rightarrow \frac{1}{3(x-2)} - \frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{6(x+1)}$
- p.256 最下行. 冒頭の分子の $2a$ を 2 に変更 (a を削除)
- p.265 20.1(4). 解答中の $\log x \rightarrow \log |x|$
- p.266 20.5(4). 解答中, 二つ目の $\frac{2}{n+2} \rightarrow \frac{1}{n+1}$
- p.298 23.1(16) を削除 (収束半径は 1 になるが, 証明は本書の範囲外)
- p.298 23.3 問題文1行目 $1 - x + x^2 - \cdots \rightarrow 1 - x + x^2 - \cdots + (-x)^{n-1}$
- p.299 2行目. (16) を削除
- p.299 23.2(1) $2^k x^k \rightarrow 2^k x^n$
- p.299 23.2(2) $kx^k \rightarrow kx^n$
- p.299 23.3 1行目 $1 - x + x^2 - \cdots \rightarrow 1 - x + x^2 - \cdots + (-x)^{n-1}$

p.302 1行目. 「微分可能で $f'(x)$ も連続」 $\rightarrow$ 「2階微分可能」

p.313 1行目. 24.3の解答 f の肩. 微分の階数を括弧で囲む (7か所)

p.313 24.4の解答の中辺 $\sum_{n=0}^{\infty} \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}$

p.326 25.1(9) $\lim_{x \rightarrow 0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow +0}$

p.326 25.2(4) $\lim_{x \rightarrow -1} x^{\frac{1}{x+1}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

p.326 25.3(2) $\sin x - x + \pi \rightarrow -\sin x - x + \pi$

p.327 25.2(2) $1 \rightarrow 0$

p.327 25.2(3) $\infty \rightarrow 0$

p.337 下から2行目. 「極小値: $g(1) = 1$ 」 $\rightarrow$ 「極小値: なし」

誤りではないが改める予定のもの（2刷から3刷）

p.13 2行目. 「極限值」 → 「極限」

p.17 2行目. 「演習 1.2(1) の D の面積と同様に求めて, $10^3 \times \frac{1}{3} =$ 」 を削除

p.36 2行目. $x \times x \cdots x \rightarrow x \times \cdots \times x$

p.39 3行目. 「等号は」 → 「ここでの等号は」

p.39 下から6行目. 「 $\deg g_1 \neq \deg g_2$ ならば」 を削除

p.40 3行目. 「次数が異なるので」 → 「次数が異なる場合は」

p.208 16.4(9) 分母の e^{-x} を e^x とし, 分子の e^{-x} を削除. (約分を実行)

p.210 (6) の2行目. 「増減表は」 → 「増減表は不要だが, 敢えて書けば」

p.211 1行目. 「増減表は」 → 「増減表は不要だが, 敢えて書けば」

p.273 21.3(5). $|\frac{e^x+1}{e^x}|$ を $\frac{e^x+1}{e^x}$ に修正 (絶対値を削除)

p.326 25.3(7). 「ただし a は定数とする。」を追加

p.335 26.2(4). 文末に「ただし広義積分 I の収束は仮定する。」を追加

p.298 23.4(1). $\sum_{n=0}^{\infty} a_n < \infty$ である → 無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ が収束する

p.298 23.4(2). $\sum_{n=0}^{\infty} a_n < \infty$ とはならない → 無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ が収束しない

p.298 23.4(3). $\sum_{n=0}^{\infty} a_n < \infty$ であるが, $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n| < \infty$ とならない
→ 無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ が収束するが, $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ が収束しない

発展学習

ここでは、本文中で解説しきれなかったことや、本書の構成上の都合により、学習者に疑問が生じやすいと考えられる事項について補足的な解説をします。本項の内容は、改訂版（第2版）にて本文中に取り入れる予定です。

- p.39 定理 3.2 で $O(g_1) + O(g_2)$ という記述がありますが、このような「 O 記号どうしの和」が本書では未定義です。また、 O 記号が両辺にある数式の正確な意味も未定義です。これらを正確に述べるには、 $f(n) = O(g(n))$ の定義を「 $f(n)$ の次数が $\deg g$ 以下」という従来のものから一歩進め、「 $f(n)$ は、次数が $\deg g$ 以下の多項式の集合に属する」という形にする必要があります。すなわち、次数が d 以下の多項式の集合を P_d と置くと、 $f(n) = O(g(n))$ を $f \in P_{\deg g}$ と定義するのです。そして「 O 記号どうしの和」は、各集合に属する元の和の集合、すなわち、 $f(n) = O(g_1(n)) + O(g_2(n))$ の定義を、 $f = f_1 + f_2$ ($f_1 \in P_{\deg g_1}, f_2 \in P_{\deg g_2}$) なる分解を持つことと定め、さらに、 O 記号が両辺にあるような等式 $O(f(n)) = O(g(n))$ も、 $P_{\deg f} \subset P_{\deg g}$ (これは $\deg f \leq \deg g$ と同値) と定義します。このように、集合を用いて定義することにより、たとえば、 $O(f_1(n)) + O(f_2(n)) = O(g_1(n)) + O(g_2(n))$ は $P_{\deg f_1} + P_{\deg f_2} \subset P_{\deg g_1} + P_{\deg g_2}$ と定義できます (ただし $+$ で記した集合の和とは、各集合に属する元の和の全体からなる集合を指す)。しかし本書では、集合の議論を持ち出すことによって急に難しく感じてしまう読者が多いだろうとの配慮から、解説は単純な次数の比較にとどめ、あとは読者の想像力で適宜 O 記号を用いてもらいたいと考えました。
- p.49 定理 4.1 で用いている O 記号は、変数が実数であるため第3章で定義した O 記号の範囲に属せず、第7章の定義 7.1 で定義されます。ここで未定義の記号を用いた理由は、定理 4.1 では「 $x \geq 1$ 」という条件があるため、 $O(x^2)$ は、第3章で導入した O 記号と同じ意味となり「 x の2次以下の式」を表すからです。そのため、読者はほとんど違和感を感じないだろうと判断し、このような構成にしました。しかし、理論的には定義 7.1 を定理 4.1 の前に置く方が良いと思われますので、次回の改訂の機会にはそのように修正したいと思います。

p.182 15.1(6) $y = \sqrt{x^2 - 1}$ の漸近線が $y = \pm x$ であることの証明.

グラフが y 軸対称であるから, $x > 0$ に制限して漸近線が $y = x$ であることを示す. $x \rightarrow \infty$ において, 二つのグラフ $y = \sqrt{x^2 - 1}$ と $y = x$ の差を計算する.

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 - 1} - x &= \frac{(\sqrt{x^2 - 1} - x)(\sqrt{x^2 - 1} + x)}{\sqrt{x^2 - 1} + x} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1} + x} \rightarrow 0 \quad (x \rightarrow \infty).\end{aligned}$$

あるいは, テイラー展開を用いた別解も可能.

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 - 1} - x &= x \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} - 1 \right) \\ &= x \left(\sum_{n=0}^{\infty} \binom{1/2}{n} \left(-\frac{1}{x^2} \right)^n - 1 \right) \\ &= x \sum_{n=1}^{\infty} \binom{1/2}{n} \left(-\frac{1}{x^2} \right)^n \\ &= O\left(\frac{1}{x}\right) \rightarrow 0 \quad (x \rightarrow \infty).\end{aligned}$$

以上より, 二つのグラフは $x \rightarrow \infty$ で限りなく近づく.

p.207 16.8(9) $y = \log(x + e^x)$ の漸近線が $y = x$ であることの証明.

二つのグラフ $y = \log(x + e^x)$ と $y = x$ の差を計算する.

$$\begin{aligned}\log(x + e^x) - x &= \log\left(\frac{x + e^x}{e^x}\right) \\ &= \log(1 + xe^{-x}) \\ &\rightarrow \log(1 + 0) = 0 \quad (x \rightarrow \infty).\end{aligned}$$

あるいは、テイラー展開を用いた別解も可能.

$$\begin{aligned}\log(x + e^x) - x &= \log\left(e^x \left(\frac{x}{e^x} + 1\right)\right) - x \\ &= \log e^x + \log\left(\frac{x}{e^x} + 1\right) - x \\ &= \log\left(\frac{x}{e^x} + 1\right) \\ &= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(-\frac{x}{e^x}\right)^n \\ &= O\left(\frac{x}{e^x}\right) \rightarrow 0 \quad (x \rightarrow \infty).\end{aligned}$$

以上より、二つのグラフは $x \rightarrow \infty$ で限りなく近づく.

- p. 309 定理 24.5 の証明では、ラグランジュの剰余項 $R_n = \frac{f^{(n)}(c)}{n!}x^n \rightarrow 0$ ($0 \leq c \leq x$) を示す必要があります。その証明が本文に記載されておられませんので、以下に記します。

(24.12) について

$$R_n = \frac{f^{(n)}(c)}{n!}x^n = \frac{e^c}{n!}x^n.$$

ここで,

$$\frac{x^n}{n!} = \frac{x}{n} \frac{x}{n-1} \frac{x}{n-2} \cdots \frac{x}{4} \frac{x}{3} \frac{x}{2} \frac{x}{1}$$

において、 x より大きな整数 b を一つ取り、後半の b 個の分数の積を B とおく。 $B = \frac{x^b}{b!}$ は定数 (すなわち $n \rightarrow \infty$ で一定)。よって

$$\frac{x^n}{n!} = \frac{x}{n} \frac{x}{n-1} \frac{x}{n-2} \cdots \frac{x}{b+1} \times B.$$

前半の $n-b$ 個の分数は $\frac{b}{k}$ ($k \geq b+1$) の形だから $\frac{x}{k} \leq \frac{x}{b+1}$ 。よって、 $\frac{x^n}{n!} \leq B \left(\frac{x}{b+1}\right)^{n-b}$ 。したがって、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{b+1}\right)^n = 0$ 。よって、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0$ 。

(24.13)(24.14)についても同様です。(24.15)は $|x| < 1$ の下では $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n} = 0$ であることからわかります。