

『ラマヌジャン《ゼータ関数論文集》』正誤表 2018/5/31

以下は、茨城県在住の読者、金子生弥さん（当時中学三年）によって2018年2月9日付でなされた指摘により修正したものです。ご指摘をお寄せ下さった金子さんに深く感謝します。

このリストは、ラマヌジャンの原論文の誤記と思われるものと、拙著の誤植の両方を含んでいます。また、数学的な誤りの修正のほか、表記の乱れの統一や、よりわかりやすい記法への変更も含まれています。

- p.16** 4行目. 右辺の積分内「 $(\frac{1}{u})^{-s}$ 」→「 u^{-s} 」
- p.17** 下から5行目. 左側の「 \leq 」→「 $=$ 」
- p.26** 3行目. 「 θ_p 」→「 θ 」
- p.30** 4行目. 「 $SL(2, Z)$ 」→「 $SL(2, \mathbb{Z})$ 」
- p.41** 下から11行目. 「 $1_{\deg(\rho)}$ 」→「 $1_{\deg \rho}$ 」
- p.47** 8行目. 「前節」→「前章」
- p.54** 下から5行目. 「p.154,(380)(381)」→「p.150,(359)(361)」
- p.61** 下から7行目. 「 p^{-s} の係数」→「 p^{-ks} の係数」
- p.62** 下から8行目. 末尾の不等式の右辺「 $p^{\frac{3}{2}}$ 」→「 $p^{-\frac{3}{2}\deg h}$ 」
- p.63** 5.1節6行目. 「zeta function」→「functions」
- p.65** 下から11行目. 「 $j = 4, 6$ 」→「 $j = 6, 14$ 」
- p.73** タイトル「 Ξ 」→「 Ξ 」（2か所）（連動して、奇数ページ上部の論文名のフォントも Ξ に統一）
- p.73** 1節4行目と5行目. 末尾の分母「 $e^{2\pi x-1}$ 」→「 $e^{2\pi x} - 1$ 」（2か所）
- p.73** 1節6行目. 「 Ξ 」→「 Ξ 」
- p.77** (13) 右辺の積分の前の定数「 $\frac{1}{4\sqrt{\pi}}$ 」→「 $\frac{1}{4\pi\sqrt{\pi}}$ 」
- p.78** 下から4行目. 「cos」→「sin」
- p.79** 7行目. 「cos」→「sin」
- p.80** (19). 以下の脚注を追加.
ラマヌジャンが記した数式(19)のうち、右辺の最後の項 $-2\Gamma(s)\zeta(s)\cosh n(1-s)$ は不要であり、正しくは削除すべきとされる。この点について、A. Dixit, “Analogues of a transformation formula of Ramanujan,” *International Journal of Number Theory* **7** (2011) p.1152, 1153, 1171 においても指摘されている。
- p.80** (21). 上の(19)の脚注に連動して、ここでも右辺最後の項 $-\Gamma(1+s)\zeta(1+s)\cosh n(1+s)$ を削除すべきとされる。

p.80 下から2行目. 「 $\lceil \Xi(\frac{t}{2}) \rceil$ 」 → 「 $\lceil \Xi(\frac{t}{2}) \rceil$ 」

p.81 数式(2)左辺の分母. 「 $(1 - 2^{-2s})$ 」 → 「 $(1 - 2^{-2s})$ 」

p.83 10行目. 「 $\frac{2!}{(\log n)^2}$ 」 → 「 $\frac{2!}{(\log n)^3}$ 」

p.84 (16)の左辺の分母. 「 $\eta(2s - a - b)$ 」 → 「 $\zeta(2s - a - b)$ 」

p.88 5行目. 「 $(m \in \mathbb{Z})$ 」を削除

p.88 8行目. 「 $(m \in \mathbb{Z})$ 」を削除

p.90 7行目. 「2」 → 「2」(全角を半角に)

p.90 脚注を除いて下から2行目の左辺. 「 $\sin \pi\theta$ 」 → 「 $\sin n\theta$ 」

p.93 下から10行目. 「2以上の」 → 「2より大きい」

p.93 下から4行目. 「 $\frac{2^s x}{1-x^2} + \frac{3^s x}{1-x^3}$ 」 → 「 $\frac{2^s x^2}{1-x^2} + \frac{3^s x^3}{1-x^3}$ 」

p.93 下から2行目. 「 $\frac{2^s x}{(1-x^2)^2} + \frac{3^s x}{(1-x^3)^2}$ 」 → 「 $\frac{2^s x^2}{(1-x^2)^2} + \frac{3^s x^3}{(1-x^3)^2}$ 」

p.94 2行目の右辺. 「-240」 → 「240」

p.95 下から5行目. 「 $-\frac{\theta^6}{6!}$ 」 → 「 $+\frac{\theta^6}{6!}$ 」

p.96 下から6行目. 「偶数」とある箇所に, 以下の脚注を入れる.

ラマヌジャンの誤記で「奇数」のことであると思われる(p.97の表と矛盾するため).

p.97 8節から5行前「3」 → 「3」(全角を半角に)

p.98 3行目. 最終項の係数 「 $\frac{n}{3}$ 」 → 「 $\frac{n}{2}$ 」

p.100 下から7行目. 「 $O(\nu^8)(\sigma_1(1) + \sigma_1(2) + \cdots + \sigma_1(\nu))$ 」
→ 「 $O(\nu^8(\sigma_1(1) + \sigma_1(2) + \cdots + \sigma_1(\nu)))$ 」

p.105 最下行. n の指数の後半 「 $(\frac{2}{3}(r + s + 2))$ 」 → 「 $[\frac{2}{3}(r + s + 2)]$ 」

p.106 式(68)の右辺の O 項内の ν の指数の最初 「 $\frac{1}{4}$ 」 → 「 $\frac{1}{2}$ 」

p.111 1行目. 右辺の指数の括弧内 「 $r + s - 2$ 」 → 「 $r + s + 2$ 」

p.112 3行目. 「(85)」 → 「(95)」

p.115 11行目. 「Quarterly」 → 「Quarterly」

pp.116-117 (112)(115)計2か所. 「 $\sum_{\substack{n:\text{奇数の平方数} \\ (3\text{の倍数を除く})}}^{\infty}$ 」 → 「 $\sum_{n=1}^{\infty}$ 」

pp.116-117 (113)(114)計2か所. 「 $\sum_{n:\text{奇数の平方数}}^{\infty}$ 」 → 「 $\sum_{n=1}^{\infty}$ 」

p.120 7行目. 「正整数」 → 「非負整数」

- p.121 (130) 右辺 $\left[-\frac{q^2}{1+q^4}\right] \rightarrow \left[+\frac{q^2}{1+q^4}\right]$
- p.123 1行目. n の指数の前半 $\left[\frac{1}{2}(s-1)\right] \rightarrow [s-1]$
- p.123 表 VI の 4 番. 末尾の項の分子 $[f^{28}(q^2)] \rightarrow [f^{30}(q^2)]$
- p.124 下から 2 行目. n の指数にマイナスを付ける.
- p.125 3 行目. \sum の下. $[\nu=1] \rightarrow [\nu=0]$
- p.125 下から 11 行目. \sum の下. $[\nu=1] \rightarrow [\nu=0]$
- p.126 下から 8 行目. 右辺. $[p] \rightarrow [p^2]$
- p.127 (159) 右辺の分母第 2 項. $[-2c_p p^{-s}] \rightarrow [+2c_p p^{-s}]$
- p.130 (273) 式中の $[\theta_1] \rightarrow [\vartheta_1]$ (3 か所)
- p.133 (283) に, 以下の脚注を入れる.
 最左辺の $[q^{\frac{13}{4}}]$ (2 か所) はどちらも $[q^{\frac{12}{4}}]$ の誤記と思われる.
- p.133 下から 3 行目. 「が成り立つ」 \rightarrow 「と定める」
- p.134 1 行目. 最初の因子 $[2^{\pi_2(3^x)}] \rightarrow [2^{\pi_2(2^x)}]$
- p.135 (293) の Γ のフォントが小さいので, 普通の大きさにする. (4 か所)
- p.135 (293) の次行. $[Q_2(N)] \rightarrow [\overline{Q}_2(N)]$
- p.136 (297) の指数. $[\vartheta(1+r)^x + \vartheta(1+\frac{r}{2})^x + \vartheta(1+\frac{r}{3})^x + \cdots]$
 $\rightarrow [\vartheta((1+r)^x) + \vartheta((1+\frac{r}{2})^x) + \vartheta((1+\frac{r}{3})^x) + \cdots]$
- p.138 6 節の冒頭 $[\lambda < p_1] \rightarrow [\lambda \leq p_1]$
- p.139 (314) 左側の不等号 $[\geq] \rightarrow [>]$
- p.141 (323) の末尾のピリオドの前に, 「 \dots 」をつける.
- p.143 (329) の誤差項 $[O(x^{\frac{1}{3}})] \rightarrow [O(x^{\frac{1}{5}})]$
- p.144 5 行目. 「したがって,」 の後に和の記号 $[\sum]$ を挿入.
- p.145 脚注 15 の和の記号 $[\sum]$ を削除 (4 か所).
- p.145 脚注 15 の下から 4 行目. 初校の分母 $[\rho(1-\rho)] \rightarrow [\rho(1-\rho)+s^2-s]$
- p.148 6 行目. $[2 + \frac{1}{2s}] \rightarrow [1 + \frac{1}{2s}]$
- p.149 (356) 右辺第 2 項. $[-\text{Li}(\vartheta(x))^{1-s}] \rightarrow [-\text{Li}(\vartheta(x)^{1-s})]$
- p.149 (357) 右辺第 1 項. $[-\text{Li}(\vartheta(x))^{1-s}] \rightarrow [-\text{Li}(\vartheta(x)^{1-s})]$ (同様の修正を, (373) に 4 か所, (376) に 4 か所, (376) の次の式に 3 か所, (377) に 5 か所施す)
- p.153 8 行目. 末尾の O 項内. $[x^{-s}] \rightarrow [x_1^{-s}]$

p.154 1行目. 「 $\text{Li}(\log N)^{\frac{1}{2}-s}$ 」 → 「 $\text{Li}\left((\log N)^{\frac{1}{2}-s}\right)$ 」 (同様の修正を, (379) に4か所, (381) に1か所施す)

p.154 4行目. 左辺の分母 「 $(\log \log N)^2$ 」 → 「 $\log \log N$ 」

p.154 下から2行目. 左辺. 「 $\sum_{-\frac{1}{2}}$ 」 → 「 \sum_{-s} 」

p.154 下から2行目. 右辺. 末尾の大かっこを, 次行の末尾 (ピリオドの前) に移動.

p.155 13行目. 「 $\sigma_s(N)$ 」 → 「 $\sigma_{-s}(N)$ 」

p.155 下から3行目. 「 $\frac{2q^3}{1-q^3} + \frac{2q^4}{1+q^4}$ 」 → 「 $\frac{3q^3}{1-q^3} + \frac{4q^4}{1+q^4}$ 」

p.155 下から2行目. 「 $\frac{2q^3}{1-q^3} + \frac{2q^4}{1+q^4}$ 」 → 「 $\frac{3q^3}{1-q^3} + \frac{4q^4}{1+q^4}$ 」

p.156 2行目. 「 $\frac{2q^3}{1-q^3}$ 」 → 「 $\frac{3q^3}{1-q^3}$ 」

p.156 右辺の最初の分数 「 $\frac{1-2^{-a_2-1}}{1-2^{-1}}$ 」 → 「 2^{-a_2} 」

p.157 1~2行目. 「 $\frac{3}{4}$ 」 → 「 $\frac{3}{4}N$ 」 (2か所)

p.157 (390) $\frac{5^2q^5}{1-q^5}$ の符号 「+」 → 「-」

p.157 下から7行目. 「 $\sigma_2(1)q^2 + \sigma_2(1)q^3$ 」 → 「 $\sigma_2(2)q^2 + \sigma_2(3)q^3$ 」

p.157 下から2行目. 「(391)」 → 「(390)」

p.158 下から10行目. 「 $a_{2,}$ 」 を削除

p.158 下から9行目. 「 $4n+1$ 」 → 「 $4n-1$ 」

p.159 (395) に以下の脚注を加筆.

ラマヌジャンは, 右辺の分子の誤差項の分母 $\log N \sqrt{\log N}$ を, $(\log N)^{\frac{3}{2}} \log \log N$ に改善していたと思われる. 実際, 1997年にラマヌジャンの論文 “Highly Composite Numbers” に注釈を付けたニコラスとロビンは, 論文に付した「Note」の中で「The lost notebook and other unpublished papers においてラマヌジャンが $(\log N)^{\frac{3}{2}} \log \log N$ と書いている」と記している.

p.160 1~4行目. 「 $\text{Li}(\log N)^{-2}$ 」 → 「 $\text{Li}\left((\log N)^{-2}\right)$ 」 (3か所)

p.160 2行目. O 項内の分母 「 $(\log \log N)^2$ 」 → 「 $\log \log N$ 」

p.160 (402) 左辺. Q のバーが左にずれている. 真上に修正する.

p.160 11行目. 「 $1 - q \left(\frac{1^2q}{1-q} \right)$ 」 → 「 $1 - 9 \left(\frac{1^2q}{1-q} \right)$ 」

p.160 12行目. 「 $\frac{3^3q^3}{1+q^3+q^6}$ 」 → 「 $\frac{3^2q^3}{1+q^3+q^6}$ 」

p.160 (407) 末尾の符号 「+」 → 「-」

ϑ と θ の統一について 論文 15 で2種類の記号 ϑ, θ が同じ意味に使われ混在しているので, 以下の θ を ϑ に修正し統一する. (324)(2か所), (326), (327), (328), (329), (330), (342)(3か所), (359), (361).