

リーマン予想と数学者の心

小山信也

● ゼータ研究所

素数に憑かれた人たち

リーマン予想への挑戦

著 / ジョン・ダービーシャー

訳 / 松浦俊輔

発行所 / 日経 BP 社

発行日 / 2004 年 8 月 30 日

ページ数 / 479 ページ

定価 / 2600 円

リーマン博士の大予想

数学の未解決最難問に挑む

著 / カール・サバー

訳 / 南條郁子

監修 / 黒川信重

発行所 / 紀伊国屋書店

発行日 / 2004 年 12 月 7 日

ページ数 / 410 ページ

定価 / 2500 円

「そこに山があるから」とは、山に登る理由を問われた登山家マロニーの有名な言葉である。生涯を賭けて1つのことに取り組む人を見て、私たちは、そこにどんな魅力があるのか、なぜ人は自ら進んで人生を投げ打つほどの努力をするのか、それを理解したいと願い、そこにドラマを感じ、しばしば感動を覚える。

ここで取り上げる二冊の本は、数学の世界で最高峰の山といわれる「リーマン予想」と、その登頂に挑戦する数学者たちの姿を解説した、いずれも意欲作のノンフィクションである。

二冊とも、数学の専門教育を受けていない一般の人々を対象に書かれている。そのため、リーマン予想とはどのような山なのか、その意味の説明に紙面の半分以上が費やされている。

まずは数学的な基礎事項である無限和や無限積の収束と発散の概念、指数関数や対数関数といった初等関数の定義、整数・有理数・実数そして複素数に至る数の概念の拡張などが丁寧に解説される。

一方、なぜリーマン予想が重要なのか、リーマン予想が解けると数学的に何が解明されるのか、そうした疑問に対する答として、素数の神秘性と、素数定理とその精密化の解説が詳細になされる。

こうしてリーマン予想がどんな山であるのか、その姿を概観した後、これまで登頂に取り組んできた人々の試みが紹介される。

そして後半部ではゼータ関数論の近年の主要な話題であるランダム行列理論との関わりや、アラン・コンヌの「アデール上の非可換調和解析的アプローチ」など最先端の話題も取り上げられ、専門家にも楽しめる内容となっている。

以上は二冊に共通する内容であるが、これらは共に四百ページを超える長編であり、まずどちらかを選んで読みたいと思っておられる方々も多いことであろう。そこで、これからこの二冊の特徴について語ってみたい。

「素数に憑かれた人々」は、より網羅的であり、歴史的な解説に力点が置かれている。リーマンを

はじめ、歴史上の数学者たちの生い立ち、家族構成、政治的な背景や数学者の待遇などが詳細に描かれ、19世紀から20世紀のヨーロッパを舞台とした歴史読み物的色彩が強い。当時の数学者たちの人となりを調べ尽くした著者の努力に敬意を払わずにられない。

数学的解説は初心者向けに徹しており、たとえば、中学校で習う「マイナス×マイナス＝プラス」の解説に丸々1ページが充てられている。著者も自ら述べているように、本書で解説される数学は1900年以前より知られていたものが大半である。本書の数学的に最難関の箇所は、最終章に程近くなってあらわれるリーマンの原論文に関する詳細な解説である。本書は、歴史をひも解きリーマン予想の起源から勉強したい人にとっては絶好の入門書となりえる。

しかしその分、最先端の研究に関する記述は物語にとどめられており、数学的な正確さにも限界が見られる。たとえばドリーニュが1970年代に証明した「ヴェイユ予想」に関し、著者は「その技法が古典的なリーマン予想の証明にも使える（と広く考えられている）」と述べている。ヴェイユ予想はリーマン予想の類似であり、本来のリーマン予想が正しいことを示唆する根拠の一つとみなすのが一般的であろう。

だが、歴史を踏まえて数学を正確に理解しそれを正しく伝える点において、著者は一流である。たとえば著者はゼータ関数のオイラー積表示を「黄金の鍵」と呼び重

用しているが、この着眼は素晴らしい。またその証明も、よくある無限級数を経由する方法ではなく、エラトステネスのふるいを用いる方法を採用している。これはオイラーの原著に沿った方法だというのが、最もわかりやすく、また数論的な構造もうまく反映した本質的な説明であると思われる。

「リーマン博士の大予想」は「今」に重きが置かれている。本書の核心をなすのは最先端の研究に従事している数学者たちの肉声である。著者は、フィールズ賞受賞者を含む20名以上の数学者にインタビューし、またリーマン予想研究集会（招待された数学者のみが参加し寝食を共にする合宿）に潜入取材し、彼らの肉声を記録した。数学者がリーマン予想という山に登り続ける理由を、著者は彼らの心の中に見つけ出そうとしているかのようなようである。その困難な試みは成功していると感じられる。読者は、現場の研究の熱気を肌で感じることができ、また数学者たちの情熱の源にあるものを垣間見ることができるだろう。

本書は、そうした数学者たちの興味の本質を明らかにすることを目標に構成されている。したがって、それに必要な数学の解説も、その追求を妨げぬよう工夫がされている。素数の定義に始まり、素数の神秘性、素数定理とその精密化という、リーマン予想の動機である数論を軸にした解説がなされ、数学の一般的な基礎事項は巻末に別枠で解説されている。

加えて数論的な興味から歴史的
事項の解説も行なわれる。たとえ
ば、伝説的な逸話の多い天才ラマ
ヌジャンには多くの紙面が費やさ
れる。ラマヌジャンは「素数に憑
かれた人々」ではリーマン予想に
「ほんのかする程度の関係」であ
るとして割愛されていた。この二
冊におけるラマヌジャンの扱いの
違いが、各書の特徴を如実に表し
ているともいえるだろう。

最先端の数学者たちの言葉を味
わうために、ときには高度な数学
的概念を習得する必要がある。
この点に関して、著者は最大限
の努力を払っている。個々の概念
について、素人向けに極限までわ
かりやすい説明を、数学者自身の
口から引き出している。また難解
過ぎる事項に関しては、その概念
の位置づけや役割を数学者自身に
語らせることにより、素人なりの
理解を可能にしている。こうした
直観的解釈は個々の数学者によっ
て変わり得るものであり、論文や
書物には通常見られない内容も多
く含まれる。それだけにこれらの
発言は貴重な記録であるといえる。

著者は、本書に収められている
数学者たちへの取材の中で、興味
の対象をリーマン予想から数学者
自体に広げているように見受けら
れる。「もしあなたが地球で最後の
人間だったとしてもリーマン予想
を研究するか」、「数学の概念は発
見なのか発明なのか」といった話
題は、普段は数学者同士でも（い
や同業者同士だからこそ）めった
に語られない。

超一流の数学者たちの「心」を

記述した本書は、プロの数学者に
とっても貴重な一冊となろう。

数学セミナー2005年5月号
「数セミブックプラザ」掲載