

『素数とゼータ関数』正誤表（2刷・初刷用） 2017/5/31

以下は、茨城県在住の読者、金子生弥さん（中学三年）のご指摘により修正したものです。ご指摘をお寄せ下さった金子さんに深く感謝します。

このリストには、数学的な誤りの修正のほか、表記の乱れの統一や、よりわかりやすい記法への変更も含まれています。

ページ番号は2刷用（初刷の箇所が異なる場合は青字で示しました）。

- p.39 定理 1.20 の証明の 5 行目. 「 p_N 」 → 「 p_n 」
- p.56 (2.4) の最左辺. 2 つ目の積分範囲の上端. 「 iT 」 → 「 $-iT$ 」
- p.57 定理 2.4. O 記号の中の和の範囲 「 $\frac{x}{2} < n \leq 2x$ 」 → 「 $\frac{x}{2} < n < 2x$ 」
- p.57 最下行. 「 $\frac{x}{2} < n \leq 2x$ 」 → 「 $\frac{x}{2} < n < 2x$ 」
- p.63 3 行目 「(2.1) の」 → 「(2.7) の」
- p.97 定理 2.24. 証明の 3 行目. 一つめの 「 \leq 」 → 「 $=$ 」
- p.113 5 行目. 「ただし」 の後に 「 $\Lambda_1(1) = 0$ であり, $k \geq 2$ に対し」 を挿入.
- p.113 10 行目（初刷は該当箇所なし）. 右辺の分子の 「 $\Lambda_1(p^{ms})$ 」 → 「 $\Lambda_1(p^m)$ 」
- p.115 8 行目の冒頭. 「 \leq 」 → 「 $=$ 」
- p.126 8 行目の最後の括弧内. 「 $\frac{1}{N^{\sigma-\sigma_0}} - \frac{1}{M^{\sigma-\sigma_0}}$ 」 → 「 $\frac{1}{M^{\sigma-\sigma_0}} - \frac{1}{N^{\sigma-\sigma_0}}$ 」
- p.130 下から 2 行目の \lim の下（初刷は該当箇所なし）.
「 $\sigma \rightarrow +0$ 」 → 「 $\sigma \rightarrow 1 + 0$ 」
- p.132 8 行目（初刷は下から 8 行目）. 数式の末尾にピリオドを付ける.
- p.135 下から 2 行目（p.136. 1 行目）. 「 \int_x^y 」 → 「 \int_y^x 」
- p.136 5 行目（p.136. 7 行目）. 「 \int_x^y 」 → 「 \int_y^x 」（2 か所）
- p.136 8 行目（p.136. 10 行目）. 「 $H + 2$ 」 → 「 $H + 1$ 」
- p.164 本文 6 行目. 「定理 2.15」 → 「命題 2.15」
- p.167 8 行目. 「 $> \frac{1}{2}$ 」 → 「 $\geq \frac{1}{2}$ 」
- p.173 下から 1 行目と 2 行目の \sum の下. 「 < 1 」 → 「 ≤ 1 」
- p.174 9~10 行目. 「 T または $T + 1$ の少なくとも一方」 → 「 T 及び $T + 1$ 」
- p.174 最下行. 「最も近い零点」 → 「最も近い零点の虚部」
- p.178 下から 5 行目（初刷は該当箇所なし）. 「 σ_n 」 → 「 ρ_n 」（3 か所）
- p.186 8 行目と下から 3~4 行目（下から 6 行目と次頁 2~3 行目）
 \sum の下. 「 $\leq 2x$ 」 → 「 $< 2x$ 」（計 4 か所）

- p.186 下から5行目 (次頁1行目) . 「 $\leq 2x$ 」 \rightarrow 「 $< 2x$ 」
- p.187 4行目 (9行目) . 「 T 」 \rightarrow 「 T_1 」 (2か所)
- p.187 (p.188) 図4.4の表題と図中. 「 T 」 \rightarrow 「 T_1 」 (計3か所)
- p.188 8行目 (初刷は該当箇所なし) . 「 $\frac{O(\log T)}{T}$ 」 \rightarrow 「 $O\left(\frac{\log T}{T}\right)$ 」
- p.202 例5.6. 2行目. 「2,3,6」 \rightarrow 「2,3,4,6」
- p.210 9~10行目. 「 $a_n > 0, \lambda_n > 0$ 」 \rightarrow 「 $a_n \in \mathbb{C}, 0 < \lambda_n < \lambda_{n+1}$ 」
- p.212 2段落目1行目. 「導手 N 」 \rightarrow 「法 N 」
- p.213 定理5.6. 「導手を N 」 \rightarrow 「法を N 」
- p.213 脚注の下から2行目. 「 $-\frac{\pi n^2}{N}$ 」 \rightarrow 「 $\frac{\pi n^2}{N}$ 」
- p.213 脚注の最下行. 「 e^{ax} 」 \rightarrow 「 e^{-ax} 」 (2か所)
- p.214 補題5.7. 「導手 N の」 \rightarrow 「法 N の原始的」
- p.215 7行目. 「 $uN_1 + cv$ 」 \rightarrow 「 $uN_1 + v$ 」
- p.215 定理5.8. 「導手 N の」 \rightarrow 「法 N の原始的」
- p.216 補題5.9. 「導手 N の」 \rightarrow 「法 N の原始的」
- p.217 定理5.10. 「導手 N ($N \geq 2$) の」 \rightarrow 「法 N ($N \geq 2$) の原始的」
- p.218 1行目. 「 $l = Nk + h$ 」 \rightarrow 「 $l = kN + h$ 」
- p.218 下から2行目. e の指数の分母. 「 Nx 」 \rightarrow 「 xN 」
- p.219 定理5.11. 「導手 N ($N \geq 2$) の」 \rightarrow 「法 N ($N \geq 2$) の原始的」
- p.220 定理5.12の直前に以下の注意を挿入.
 注意 定理5.11の χ から誘導された任意のディリクレ指標 $\tilde{\chi}$ に対し、その法を M と置くと $L(s, \tilde{\chi}) = L(s, \chi) \prod_{p|M} \left(1 - \frac{\chi(p)}{p^s}\right)$ が成り立つことから、定理5.11の非原始的な指標への一般化を得られる。
- p.221 5.4節の2行上. 「 $0 \leq \operatorname{Re}(s) \leq 1$ 」 \rightarrow 「 $0 < \operatorname{Re}(s) < 1$ 」
- p.221 下から5~6行目. 「 $\chi(p)^m$ 」 \rightarrow 「 $\chi(p^m)$ 」 (2か所)
- p.222 定理5.14. 「導手 N ($N \geq 2$) の」 \rightarrow 「法 N ($N \geq 2$) の原始的」
- p.222 (5.12) 「 $\log NxT$ 」 \rightarrow 「 $\log xNT$ 」
- p.222 (5.13) 「 $\log Nx$ 」 \rightarrow 「 $\log xN$ 」
- p.222 下から7行目. 「 $\chi(p)^m$ 」 \rightarrow 「 $\chi(p^m)$ 」 (2か所)
- p.223 (5.14)の1行目右辺. 「 $\sum_{1 < p^k \leq x}$ 」 \rightarrow 「 $\sum'_{1 < p^k \leq x}$ 」
- p.223 (5.14)の2行目右辺. 「 $\log \frac{N}{K}$ 」 \rightarrow 「 $(1 + \log \frac{N}{K})$ 」

- p.229 10行目. 「 $\sum_{\chi \bmod N}$ 」 \rightarrow 「 $\sum_{\chi \bmod N} \overline{\chi(a)}$ 」
- p.229 11行目. 「 $(\log x)^2$ 」 \rightarrow 「 $x(\log x)^2$ 」
- p.231 下から4行目. 「 $\frac{1}{8}$ 」 \rightarrow 「 $-\frac{1}{8}$ 」
- p.231 下から4行目. 「 $\frac{\delta_x}{2} \log \frac{N}{\pi}$ 」 \rightarrow 「 $\delta_x \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \log \frac{N}{\pi}\right)$ 」
- p.233 3行目. 等号の直後. 「2」 \rightarrow 「 $2i$ 」
- p.233 下から3行目. 「 $\frac{1}{8}$ 」 \rightarrow 「 $-\frac{1}{8}$ 」
- p.233 下から3行目. 「 $\frac{\delta_x}{2} \log \frac{N}{\pi}$ 」 \rightarrow 「 $\delta_x \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \log \frac{N}{\pi}\right)$ 」
- p.234 10行目. 「 $N(T)$ 」 \rightarrow 「 $N(T, \chi)$ 」
- p.235 定理5.22の証明の最後にピリオドを付ける.
- p.243 図6.2横軸の「 $\text{Im}(s)$ 」とその後の等号の間の空白を詰める.
- p.244 図6.3横軸の説明が切れているので「 $\text{Im}(s) = \tau + \frac{1}{2}$ 」を入れる.
- p.244 7行目. 「導手 N の」 \rightarrow 「法 N の原始的」
- p.247 図6.4. 「 $L(\frac{1}{2}, \chi)$ 」 \rightarrow 「 $\text{Re}(L(\frac{1}{2}, \chi_1))$ 」
- p.248 図6.5. 「 $L(\frac{1}{2}, \chi)$ 」 \rightarrow 「 $\text{Re}(L(\frac{1}{2}, \chi_3))$ 」(2か所)
- p.248 図6.5の説明部分. 「 $\chi_1^2 = 1$ 」 \rightarrow 「 $\chi_3^2 = 1$ 」
- p.253 脚注を除き最下行. 「 $x + \frac{\delta}{2}$ 」 \rightarrow 「 $x - \frac{\delta}{2}$ 」
- p.257 9行目. 「 $Y \leq T$ 」 \rightarrow 「 $2 \leq Y \leq T$ 」
- p.257 下から2~3行目. 「 $\frac{1}{2}\pi$ 」 \rightarrow 「 $\frac{1}{2\pi}$ 」(2か所)
- p.257 最下行の積分範囲. 「 $\frac{1}{4}\pi$ 」 \rightarrow 「 $\frac{1}{4\pi}$ 」(2か所)
- p.258 2行目. 「 $\frac{1}{4}\pi$ 」 \rightarrow 「 $\frac{1}{4\pi}$ 」
- p.259 下から3行目. 「 \int_1^∞ 」 \rightarrow 「 \int_2^∞ 」
- p.264 2行目. \sum の下. 「 $n \leq x$ 」 \rightarrow 「 $2 \leq n \leq x$ 」
- p.265 補題6.9の証明1行目. 「定理2.2」 \rightarrow 「定理2.4」
- p.266 1行目. 「 $(\log x + 2)$ 」 \rightarrow 「 $\log x$ 」
- p.266 4行目. 「 $(\log x - 2)$ 」 \rightarrow 「 $\log x$ 」
- p.268 1行目. 「 $b_n \log n(1 - \frac{n}{x})$ 」 \rightarrow 「 $(1 - \frac{n}{x})b_n \log n$ 」
- p.277 補題6.17の証明1行目. 「 $u \geq T \geq 1$ 」 \rightarrow 「 $u \geq T \geq 2$ 」
- p.277 下から2行目. 「 $|\gamma| < T$ 」 \rightarrow 「 $|\gamma| \leq T$ 」
- p.278 1行目. 「 $|\gamma| < T$ 」 \rightarrow 「 $|\gamma| \leq T$ 」
- p.278 4行目. 右辺の積分内の分子の指数 「 $\rho - \frac{3}{2}$ 」 \rightarrow 「 $\rho - \frac{1}{2}$ 」
- p.278 8行目. 「 $-T < \gamma < T$ 」 \rightarrow 「 $-T \leq \gamma \leq T$ 」(2か所)

定理 3.26 の証明の差し替え

(2017年4月. 修正) 5月再修正

定理 3.26 ($(\zeta'/\zeta)(0) = \log 2\pi$) の証明

定理 3.7(2) のローラン展開式と、その微分 $\zeta'(s) = \frac{1}{(s-1)^2} + O(1)$ ($s \rightarrow 1$)
 により、 $\frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} = \frac{1}{s-1} - \gamma + O(|s-1|)$ ($s \rightarrow 1$) であるから、 s を $1-s$ に
 置き換えて

$$-\frac{\zeta'}{\zeta}(1-s) = -\frac{1}{s} - \gamma + O(|s|) \quad (s \rightarrow 0).$$

この式と、定理 2.15(4) の両辺の対数微分から得られる

$$\frac{\Gamma'(s)}{\Gamma(s)} = -\frac{1}{s} - \gamma + O(|s|) \quad (s \rightarrow 0)$$

を、定理 3.19 の両辺の対数微分である

$$-\frac{\zeta'}{\zeta}(1-s) = \frac{\Gamma'}{\Gamma}(s) + \frac{\pi}{2} \tan \frac{\pi s}{2} - \log 2\pi + \frac{\zeta'}{\zeta}(s)$$

に代入して、

$$-\frac{1}{s} - \gamma + O(|s|) = -\frac{1}{s} - \gamma + O(|s|) + \frac{\pi}{2} \tan \frac{\pi s}{2} - \log 2\pi + \frac{\zeta'}{\zeta}(s) \quad (s \rightarrow 0).$$

すなわち、

$$\frac{\zeta'}{\zeta}(s) = \log 2\pi + O(|s|) \quad (s \rightarrow 0).$$

□